



2^ο ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
7/8/17

ΘΕΜΑ Α: 1. Έστω μία συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Αν

- Η f είναι συνεχής στο Δ και
 - $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ ,
- να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή στο Δ .

Μον. 6

2. Να διατυπώσετε το Θεώρημα Rolle και να το εξηγήσετε γεωμετρικά.

Μον. 6

3. Έστω f μία συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Τι ονομάζεται ΑΡΧΙΚΗ
Ή ΠΑΡΑΓΟΥΣΑ της f στο Δ ;

Μον. 3

4. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή ή Λάθος κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις

I. Αν $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$

Μον. 2

II. Αν $f'(x) = f(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ τότε $f(x) = ce^x, c \in \mathbb{R}$

Μον. 2

III. Ο κατακόρυφος άξονας είναι ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της
συνάρτησης $f(x) = \ln x, x > 0$.

Μον. 2

IV. α) Αν $f(x) \cdot g(x) = 0$ για κάθε $x \in \Delta$ τότε $f(x) = 0$ ή $g(x) = 0$ για κάθε $x \in \Delta$.

Μον. 2

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μον. 2

ΘΕΜΑ Β: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2xe^{2-x}, x \in \mathbb{R}$

1. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατα. **Μον. 5**
2. Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα και να βρείτε τα σημεία καμψής. **Μον. 5**
3. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , να κατασκευάσετε τον πίνακα μεταβολών της συνάρτησης f και να σχεδιάσετε την γραφική της παράσταση στους άξονες. **Μον. 9**
4. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της f τον άξονα x και την ευθεία $x = 1$. **Μον. 6**

ΘΕΜΑ Γ: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3\ln x, x > 0$

1. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και να αποδείξετε ότι $f(x) \geq 1$ για κάθε $x > 0$. **Μον. 5**

2. Να βρείτε το ολοκλήρωμα $I = \int_1^e \frac{f(x)}{x} dx$ **Μον. 2**

3. Έστω $g(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{f(x)}, & x > 0 \\ \sqrt{-x} + k, & x \leq 0 \end{cases}$

I. Να βρείτε την τιμή του $k \in \mathbb{R}$ ώστε η g να είναι συνεχής. **Μον. 3**

II. Για $k = -\frac{1}{3}$ και $x \leq 0$

α. να βρείτε την κυρτότητα της g . **Μον. 3**

β. να βρείτε την εφαπτομένη της g στο $x_0 = -1$, και να δείξετε ότι $6\sqrt{-x} \leq -3x + 3$ για κάθε $x \leq 0$ **Μον. 6**

4. Να αποδείξετε ότι $f'(x) < f(x+1) - f(x) < f'(x+1)$ για κάθε $x > 0$ **Μον. 6**

ΘΕΜΑ Δ: Δίνεται η συνάρτηση f για την οποία ισχύουν :

• $f(0) = 1$

• $f(x) + f'(x) = \frac{2(x+1)}{e^x}, x \in \mathbb{R}$

α. Να δείξετε ότι $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ **Μον. 7**

β. Να βρείτε τις οριζόντιες ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f **Μον. 5**

γ. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση f και τους άξονες x' και y' . **Μον. 5**

δ. Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης

$2(\ln|x+1| - \ln 2018) = x - 2017$, με $x \neq -1$ **Μον. 8**

Να έχετε επιτυχία!!